FSJES-Aïn-Chock Casablanca
Département : Économie & Gestion
Année Universitaire 2019-2020

Prof. Ouaïl OUCHETTO
Matière : Algèbre
Semestre 2 / Ensembles 1 & 3

Travaux dirigés : Calcul Matriciel

– Série III –

EXERCICE 1

On considère les matrices suivantes :

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -7 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -5 & 4 \\ 6 & 1 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 1 & -6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -6 & 3 \\ 8 & 1 & 5 \end{pmatrix};$$

1. Calculer $7B+5C$ et $6B-4C$.
2. Donner et calculer les produits matriciels possibles.

EXERCICE 2

On considère la matrice suivante :

$$A=\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ -3 & 0 & c \\ d & 2 & e \end{pmatrix}$$

1. Déterminer a, b, c, d et e pour que A soit triangulaire inférieure.
2. Déterminer a, b, c, d et e pour que A soit symétrique.
3. Déterminer a, b, c, d et e pour que A soit antisymétrique.

EXERCICE 3

On considère les matrices suivantes :

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & -4 & 5 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} 1 & 5 & -4 \\ 5 & -4 & 5 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

1. Déterminer les matrices inversibles.
2. Calculer leur matrice inverse quand elle existe.

EXERCICE 4

On considère les systèmes suivants :

$$(S_1)\begin{cases} 3x+2y = 8 \\ 5x+4y = 5 \end{cases},\quad (S_2)\begin{cases} x+y+2z = -4 \\ x+2y+z = 6 \\ 2x+y+z = 7 \end{cases},$$

$$(S_3)\begin{cases} x-2y+3z = 1 \\ 5x-4y+5z = 3 \\ 7x-8y+9z = -2 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_4)\begin{cases} x+5y-4z = 2 \\ 5x-4y+5z = 5 \\ 6x+y+z = 1 \end{cases}$$

1. Résoudre ces systèmes à l'aide de la méthode d'inversion quand leur matrice est inversible.
2. Résoudre ces systèmes à l'aide de la méthode de Cramer.

EXERCICE 5

Soient $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$ et $B' = \{f_1, f_2, f_3\}$ une famille de $\{f_1, f_2, f_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ avec $f_1 = -e_1 + e_2 + e_3$, $f_2 = e_1 - e_2 + e_3$ et $f_3 = e_1 + e_2 - e_3$.

1. La famille B' forme-t-elle une base de $\mathbb{R}^3$?
2. Soit $u = 3e_1 + 2e_2 + e_3$, écrire u dans B'.

EXERCICE 6

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

1. Déterminer et factoriser le polynôme caractéristique de A et B.
2. Déduire les valeurs propres de A et B.
3. Calculer les vecteurs propres associés aux valeurs propres de A et B.
4. Diagonaliser A et B.
5. Calculer A^n et B^n.