Exercice 12 : Un groupe de 3 mathématiciens et de 7 économistes doit élire un comité représentatif formé de 1 mathématicien et de 2 économistes.
Quel est le nombre de résultats possibles :
a-les 10 personnels sont éligibles
b-un économistes est choisi d'office
c-un mathématicien n'est pas éligible

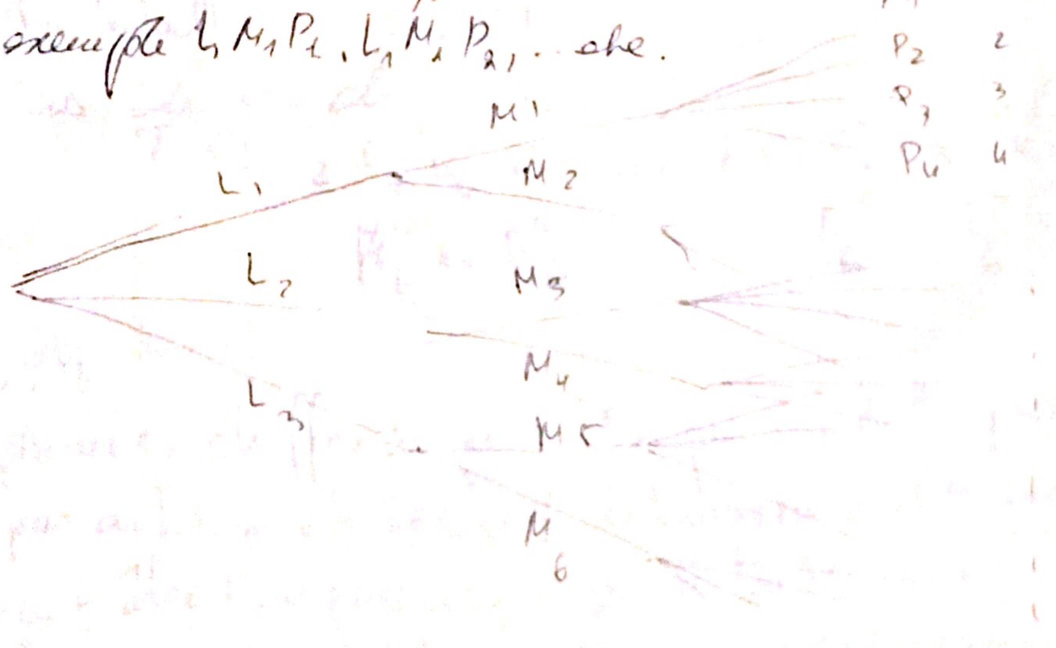
Exercices 13 : On doit former un groupe comprenant 2 mathématiciens et 3 économistes sur la base d'un groupe plus large, formé de 5 mathématiciens et 7 économistes. Quel est le nombre de possibilités si (a) le comité peut comprendre n'importe lequel des mathématiciens et des économistes, (b) un économiste particulier doit-être membre du comité, et (c) deux mathématiciens particuliers doivent être exclus du comité ?

COEFFICIENTS DU BINOME

Démontrer que $C_n^r = C_{n-1}^r + C_{n-1}^{r-1}$

a) Nous avons choisi un représentant du personnel parmi 3 possibilités puis un représentant de la direction parmi 2 possibilités : il y a donc 3.2 possibilités de choisir des représentants du personnel et de la direction. Nous pouvons alors choisir un représentant des consommateurs selon 4 possibilités dans chacun de ces deux cas, le nombre total de comité différents sera donc $\boxed{3.2.4 = 24}$

b) Désignons par L_1, L_2, L_3 les représentants du personnel, par M_1 et M_2 ceux de la direction et par P_1, P_2, P_3, P_4 ceux des consommateurs. Le diagramme arborescent montre qu'il y aura au tout 24 comités différents possibles. On peut d'ailleurs faire d'après le diagramme ~~de la~~ la liste de ces différents comités et donnent leur composition par exemple $L_1M_1P_1$, $L_1M_1P_2$, ... etc.



Exo:2

Nombre de possibilités d'installer 10 personnes prises 4 par 4

$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ et

en général

le nombre de possibilités de ranger n objets pris r à r est

noté $P_n^r = n(n-1) \ldots (n-r+1)$

[Ce résultat est aussi appelé nbr d'arrangements de n objets pris r à r et noté P_n^r ou A_n^r]

Exo : 3

P_{12}^{3} ou A_{12}^{3}.

Exo : 4

les hommes peuvent être assis de P_5^5 et les femmes de P_4^4 manières et chaque possibilité pour les hommes doit être associée à une possibilité pour les femmes ; d'où

Nombre de possibilités : $P_5^5 \, P_4^4 = 5! \, 4! = (120)(24) = 2880$.

Exo : 5. (a) 8 chiffre.

a) $7 \; c_1 \; c_2 \; c_3 \; c_4 \; c_5 \; c_6 \; 5$ ou $7 \; c_1 \; c_2 \; c_3 \; c_4 \; c_5 \; c_6 \; 0$

$6!$ $\qquad$ $6!$

Au total $2 \times 6!$

b) Cas de 6 chiffres

$7 \; c_1 \; c_2 \; c_3 \; c_4 \; 5$ ou $7 \; c_1 \; c_2 \; c_3 \; c_4 \; 0$

P_6^4 ou A_6^4 $\qquad$ P_6^4 ou A_6^4

Exo : 6

(a) le premier chiffre ne peut être que l'un de 9 (puisque le 0 n'est pas autorisé. le second, le troisième et le quatrième peuvent être l'un quelconque parmi les 10. Par conséquent

$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$ nbr peuvent être formés.

(b) Le premier peut être l'un quelconque parmi les 9 (sauf 0)

le deuxième peut être " " les 9 (à l'exception

le troisième peut être l'un quelconque parmi 8 de ceux déjà utilisés)

(c) le quatrième peut être l'un quelconque parmi 7 (à l'exception des 3 déjà utilisés).

Par conséquent, $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$ nbrs peuvent être formés.

Le premier chiffre peut être choisi parmi 9, le second parmi 8 et le troisième parmi 7. On pourra donc former $\boxed{9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ nombres.}}$ 3/5

Exo. 7 : le nombre de rangements différents de n objets dont $n_1, n_2, \ldots, n_k$ sont respectivement identiques entre eux, est

$$\frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!} \quad \text{où} \quad n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$$

Donc $n = 5 + 2 + 3 = 10.$

$$\frac{10!}{2!\, 5!\, 3!} =$$

Exo : 8

a) toutes les rangements sont possibles :

$7!$

b) $\boxed{L_1\ L_2\ L_3\ L_4\ L_5\ L_6\ L_7}$

$3!\ 4!$

les 05 positions des 03 livres : 5

Donc au total $5 \times 3!\ 4! = 5 \times 6 \times 24$
$= 720.$

(c) $\boxed{L\ L_1\ L_2\ L_3\ L_4\ L_5\ L'}$

$2!\ 5!$

sélection de r objets pris parmi 10.
On appelé nbr de combinaison de n objets pris r à r, est noté C_n^r

$$C_n^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}.$$

Donc

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!\,6!} = \frac{7\,8\,9\,10}{1\,2\,3\,4} = 210.$$

Exo: 10

$$C_9^5 = \frac{9!}{4!\,(9-4)!} = \frac{9!}{4!\,5!} = \frac{6\,7\,8\,9}{1\,2\,3\,4} = 126$$

Exo: 11

$$C_8^3 \times C_6^4 = 840.$$

Exo: 12

(a) $C_3^1 \times C_7^2 = \frac{3!}{1!\,2!} \times \frac{7!}{2!\,5!} = 63$

(b) $C_3^1 \times C_6^1 = \frac{3!}{1!\,2!} \times \frac{6!}{1!\,5!} = 3 \times 6 = 18$

(c) $C_2^1 \times C_7^2 = \frac{2!}{1!\,1!}\ \frac{7!}{2!\,5!} = 42.$

Exo: 13

(a) on peut choisir 02 mathématiciens parmi 5 de C_5^2 façons
" " " 03 economists " 7 de C_7^3 façons.
d'où le nombre total de combinaison : $C_5^2 C_7^3 = 10.35 = 350$

(b) " 02 mathematicienc de C_5^2 façons
" 02 economistes sur 6 peuvent être
" choisi de C_6^2 façons

D'où le nombre total de combinaisons :

$$C_5^2 C_6^2 = 10 \cdot 15 = 150$$

02 mathématiciens sur 03 peuvent être choisis de C_3^2 façons

03 économistes sur 07 peuvent être choisis de C_7^3 façons.

d'où le nombre total de combinaisons $C_3^2 \times C_7^3 = 3 \cdot 35 = 105$.

$$C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n(n-1)!}{r!\,(n-r)!} = \frac{(n-r+r)\,(n-1)!}{r!\,(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-r)\,(n-1)!}{r!\,(n-r)!} + \frac{r\,(n-1)!}{r!\,(n-r)!}$$

$$= \underbrace{\frac{(n-1)!}{r!\,(n-r-1)!}}_{C_{n-1}^{r}} + \underbrace{\frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!}}_{C_{n-1}^{r-1}}$$

UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA

FACULTE DES SCIENCES JURIDIQUES ECONOMIQUES ET SOCIALES CASABLANCA

Année Universitaire [redacted] 2019 - 2020

CALCUL DES PROBABILITES Série 2

Exercice 1 : Quelles sont les épreuves de l'expérience suivante : on extrait simultanément, deux boules d'une urne qui contient 3 boules blanches et 2 boules noires ?

Exercice 2 : Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules noires. On extrait au hasard deux boules.

a- On considère les événements :

AI - "obtenir deux boules noires"

A2 - "obtenir au moins une boule blanche",

A3 - "obtenir une seule boule blanche"

A4 - "obtenir une seule boule noire",

A5 - "obtenir deux boules vertes".

Déterminer si chaque événement est d'une part, aléatoire, certain, impossible et, d'autre part, s'il est élémentaire ou composé.

b-Trouver les réponses du point a, en utilisant les ensembles d'épreuves rattachées aux événements.

Exercice 3 : On considère les événements A1, A2, A3, A4 de l'exercice précédent. Trouver les paires d'événements équivalents, les paires d'événements compatibles, les paires d'événements incompatibles, les paires d'événements contraires, les paires d'événements dont le premier implique le second.

Exercice 4 : On contrôle la qualité de dix produits. Soit A l'événement "au moins un des produits est défectueux" et B l'événement "au plus deux des produits sont bons".
Décrire les événements et .

Exercice 5 : Soit A, B, C trois événements quelconques. Exprimer les événements suivants. Parmi A, B, C :

a- A seul se produit.

b-A et B se produisent mais non C.

c-Les trois événements se produisent en même temps.

d-Au moins un des événements se produit.

e-Au moins deux des événements se produisent.

f-Un et un seulement se produit.

g-Deux et deux seulement se produisent.

h-Aucun événement ne se produit.

Exercice 6 : On choisit au hasard un nombre parmi les 5 000 premiers nombres naturels. Soit A l'événement "le nombre choisi commence par le chiffre 3" et soit B l'événement "le nombre choisi finit par le chiffre 5." Que représente l'événement A - B ?

Exo : 1

Désignons ~~par~~ les boules blanches par b_1, b_2, b_3 et les boules noires par n_1 et n_2. Représentons par $\{a_i, a_j\}$ $a_i, a_j \in \{B_1, B_2, B_3, N_1, N_2\}$ la réalisation qui consiste à extraire les boule a_i et a_j. Les épreuves (événement élémentaire) de l'expérience sont :

$\{B_1, B_2\}$ $\{B_1, B_3\}$ $\{B_2, B_3\}$ $\{B_1, N_1\}$ $\{B_1, N_2\}$

$\{B_2, N_1\}$ $\{B_2, N_2\}$ $\{B_3, N_1\}$ $\{B_3, N_2\}$ $\{N_1, N_2\}$

Il y a $(5/2) = 10$ épreuves où $(5/2)$ représente le nbr de combinaisons que l'on peut former en choisissant 2 objets par 5 sans tenir compte de l'ordre de sélection.

Exo : 2

A_1, A_2, A_3, A_4 sont des événements aléatoires, car chaque fois que l'expérience est réalisée, chacun de ces événements se réalise ou ne se réalise pas.

Par exemple, si le résultat de l'expérience est $\{B_1, B_2\}$, l'événement A_1 ne se réalise pas, mais si le résultat de l'expérience est $\{N_1, N_2\}$, l'événement A_1 se réalise.

l'événement A_5 est l'événement impossible, car pour tout résultat de l'expérience A_5 ne se réalise pas.

A_1 est un événement élémentaire, car il se réalise seulement par une seule épreuves

A_2 est un événement composé car il se réalise par plusieurs épreuves

A_3 et A_4 sont également des événements composés.

A_5 n'est ~~pas~~ ni élémentaire ni composé

$A_1 = \{\{N_1, N_2\}\}$ est un événement élémentaire

$A_2 = \{\{B_1, B_2\}, \{B_1, B_3\}, \{B_1, N_1\}, \{B_1, N_2\}, \{B_2, B_3\}, \{B_2, N_1\}, \{B_2, N_2\}, \{B_3, N_1\}, \{B_3, N_2\}\}$

est un événement aléatoire composé.

$A_3 = \{\{B_1, N_1\}, \{B_1, N_2\}, \{B_2, N_1\}, \{B_2, N_2\}, \{B_3, N_1\}, \{B_3, N_2\}\}$.

est un événement aléatoire composé.

$A_4 = \{\{N_1, B_1\}, \{N_1, B_2\}, \{N_1, B_3\}, \{N_2, B_1\}, \{N_2, B_2\}, \{N_2, B_3\}\}$

est un événement aléatoire composé.

$A_5 = \emptyset$.

Exo : 3

→ $A_3 = A_4$ car obtenir une seule boule blanche (la réalisation de l'événement A_3) implique l'obtention d'une seule boule noire, donc cela revient à la réalisation de l'événement A_4 et vice-versa. On peut obtenir le même résultat de l'égalité des ensembles d'épreuves rattachées aux événements.

→ les paires d'événements suivants sont compatible

$\{A_2, A_3\}$ $\{A_2, A_4\}$. $\{A_3, A_4\}$

car il peuvent se réaliser simultanément

→ les paires d'événements suivants sont incompatibles

$\{A_1, A_2\}$; $\{A_1, A_3\}$, $\{A_1, A_4\}$

car ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

…événements A_1 et A_2 sont contraires, car obtenir deux boules noires (l'evenement A_1) implique l'impossibilité d'obtenir au moins une boule noire, c'est-à dire la réalisation de A_2 et réciproquement.

Exo : 4

$\bar{A}$ est l'evenement " tous les produits controlés sont bons"
tandis que $\bar{B}$ est l'évenement "au moins trois produits sont bons."

Exo : 5

a- $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

b- $A \cap B \cap \bar{C}$

c- $A \cap B \cap C$.

d- $A \cup B \cup C$

e- $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$

f- $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$.

g- $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$.

g- $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C)$

h- $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$.

Exo : 6

$A - B = A \cap \bar{B}$, donc le nbr choisi doit commencer par le chiffre 3 et finit par tout chiffre different 5.

événements A_1 et A_2 sont contraires, car obtenir deux boules (noires de l'evenement A_1) implique l'impossibilité d'obtenir au moins une boule noire, c'est-à-dire la réalisation de A_2 et réciproque

Exo:4

$\overline{A}$ est l'évenement "tous les produits contrôlés sont bons" tandis que $\overline{B}$ est l'évenement "au moins trois produits sont bons."

Exo:5

a- $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

b- $A \cap B \cap \overline{C}$

c- $A \cap B \cap C$.

d- $A \cup B \cup C$

e- $(A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$ $(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$.

f- $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap C)$.

g- $(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C)$

h- $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$.

Exo:6

$A - B = A \cap \overline{B}$, donc le nbr choisi doit commencer par le chiffre 3 et finit par tout chiffre different 5.